Dr. Wolfram Liebermeister 15.1.2014

Übung (4) zur Elektrodynamik Wintersemester 2013/14

HU-Berlin - Institut für Theoretische Biophysik

Tutoren: Wolfgang Giese, Björn Goldenbogen
(wolfgang.giese@biologie.hu-berlin.de, bjoern.goldenbogen.1@biologie.hu-berlin.de)

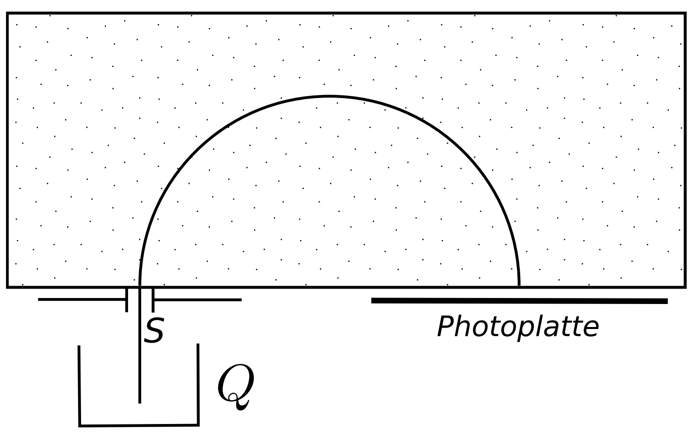
Abgabe bis Mittwoch, 22.1.2014 (in der Vorlesung)

Aufgabe 1 *Magnetische Induktion*

Ein homogener Strom I durchfließt den Mantel eines unendlich langen Hohlzylinders mit dem Innenradius R_1 und dem Außenradius R_2. Bestimmen Sie die magnetische Induktion $\vec{B}$ mit Hilfe des 2. Ampère'schen Gesetzes für das Innere, den Mantel und den Bereich außerhalb des Hohlzylinders. Stellen Sie die magnetische Induktion $\vec{B}$ in Abhängigkeit vom Abstand zur Achse des Zylinders da und fertigen sie dazu eine Skizze an.

Aufgabe 2 *Teilchen, Magnetfeld*

Teilchen der Masse M werden in einer Ionenquelle Q einfach ionisiert und durch die Spannung U beschleunigt. Sie treten durch einen Schlitz S in das Magnetfeld B senkrecht zur Zeichenebene ein (siehe Abbildung). Wo treffen sie auf die Photoplatte? Wie kann mit dieser Anordnung die Masse der Teilchen festgestellt werden?



Aufgabe 3 *Vektorpotential*

Konstruieren Sie ein Vektorpotential $\vec{A}$ derart, so dass das resultierende magnetische Feld $\vec{B}$ konstant ist und darüber hinaus nur Beiträge in x-Richtung aufweist.

Aufgabe 4 *1. Extra-Aufgabe: Kontinuitätsgleichung*

Leiten Sie aus den Maxwell'schen Gleichungen die Kontinuitätsgleichung $div\vec{j} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$ ab.

Aufgabe 5 *2. Extra-Aufgabe: Potential und Feld des Wasserstoffatoms*

Die Wellenfunktion für das 1S-Orbital des Wasserstoffatoms ist aus der Quantenmechanik bekannt:

$$R_{1,0}(r) = 2\left(\frac{Z}{r_b}\right)^{\frac{3}{2}} \exp(-\frac{Zr}{r_B})$$

und auch die Kugelflächenfunktion:

$$Y_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}.$$

Mit $Z = 1$ lässt sich daraus die Aufenthaltswahrscheinlichkeit für einen infinitesimalen Raum dV bestimmen.

$$\begin{aligned} P_{1,0,0}dV &= R_{1,0}(r)^2|Y_{0,0}|^2dV \\ &= 4\left(\frac{1}{r_b}\right)^3 \exp(-\frac{2r}{r_B}) \cdot \frac{1}{4\pi} \\ &= \frac{1}{\pi r_b^3}\exp(-\frac{2r}{r_B}). \end{aligned}$$

Wenn wir die Aufenthaltswahrscheinlichkeit mit der Elementarladung $-e$ eines Elektrons multiplizieren, können wir uns die resultierende Funktion als Ladungsdichte des Elektrons vorstellen:

$$\rho(r) = -\frac{e}{\pi r_B^3}\exp\left(-\frac{2r}{r_B}\right).$$

Die Kernladung e wird als punktförmig im Ursprung zentriert angenommen. Bestimmen sie mithilfe der resultierenden Gesamtladungsdichte:

a) das elektrische Feld unter Verwendung des Gaußschen Gesetzes. Hinweis: Benutzen Sie Kugelkoordinaten.

b) das Potential. Diskutieren Sie die Grenzfälle $r \ll r_B$, $r \gg r_B$.

Hilfe für die Integration: Es gilt allgemein

$$\int x^2 e^{ax} dx = e^{ax}\left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3}\right) \qquad \text{sowie} \qquad \int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{ax}\right) e^{-\frac{2x}{a}} dx = -\frac{1}{x}e^{-\frac{2x}{a}}.$$